İstatistik: Belirli amaç ya da amaçlar doğrultusunda gözlenen yığın olaylardan derlenen sayısal verilerin işlenerek, ilgili olayların oluşturduğu yığınların bilimsel olarak incelenmesinde kullanılan teknik ve yöntemler bilimi olarak tanımlanabilir.

İSTATİSTİK

İlk akla gelen: Belirli bir konuda toplanan sayısal değerler.. Doğumlar, ölümler, kazalar, okuma yazma oranı, ihracat ve ithalat durumu vb.

Pozitif bilimlerin temeli olan gözlemlerin yapılması, verilerin toplanması, analizi ve yorumu için gerekli yöntemlerin geliştirilip uygulanması ile uğraşan ve sonuçta verilerden gidilerek bulunan olasılık deyimleri ile objektif karar vermede önemli rolü olan bir bilim dalıdır.

Populaşyon ve Örnek:

Araştırılan konuya ait tüm bireylerin yer aldığı geniş bir gruba ''**populasyon** ''adı verilmiştir. Populasyon amaca göre sınırlanır. Örneğin yeryüzündeki insanların ağırlıklarını araştırmak istersek, burada dünya üzerindeki tüm insanlar populasyonu oluşturacaktır. Bu kadar insanın ağırlığını ortaya çıkarmak imkansızdır. Biz, İzmir ilindeki insanları bir populasyon olarak tanımlayabiliriz. Bu durumda insan sayısını azaltmış oluruz. İzmir ili sınırları içerisinde Bornova ilçesinin bir mahallesinde birkaç kişi ile belirlenebilir. Burada populasyonun sınırları önceden amaca uygun olarak belirlenir ve populasyon tanımlandıktan sonra bu populasyona ait değerleri belirlemek amacı ile çalışma yapılır.

Populasyon çok geniş olduğu için populasyon değerleri kesin olarak bilinemez. Bunun nedeni populasyondaki bireylerin hepsinin ölçülmesi gerektiğidir. Bu ölçümler çeşitli nedenlerden dolayı yapılamaz. Bunun yerine populasyondan daha küçük birey grupları alınarak bu gruplardaki bireyler ölçülür. Bu şekildeki, küçük bireylere ''**örnek**'' adı verilir. Matematiksel olarak populasyon bir set ise örnek onun alt setidir.

Birim: Yığın olay niteliğindeki her olaya **birim** adı verilir. Kolaylıkla anlaşılabileceği gibi tüm canlı ve cansız varlıklar birer istatistik birimidir.

Bir olayın birim olabilmesi için, ölçülmeye ya da sayılmaya elverişli olması gerekir. Ölçülemeyen ya da sayılamayan nesneler ve olaylar istatiksel anlamda birim oluşturamazlar. Örneğin; insan, bina, araba ve hayvan gibi canlı ve cansız varlıklar istatistik birimleridir. Sevinçler, korkular, rüyalar ve renkler sayılamadıkları ya da ölçülemedikleri için birim olamazlar.

Birim Türleri

Birimler farklı ölçütlere göre sınıflandırılabilirler.

1) Maddesel Bir Varlığa Sahip Olan ya da Olmayan Birimler

Eğer birimler insan, araba ve benzeri gibi canlı ya da cansız maddesel bir varlığa sahipse, bu tür birimlere **maddesel varlığa sahip birimler** adı verilir. Eğer birimler, doğum, ölüm, trafik kazası ve benzeri gibi olay niteliğindeyse bu tür birimlere de **maddesel varlığa sahip olmayan birimler** adı verilir.

2) Sürekli ya da Ani Birimler

Belirli bir zaman aralığı içinde herhangi bir anda gözlenebilen istatistik birimlerine **sürekli birimler** adı verilir. Örneğin; insan, bina, ticari bir kuruluş vb. Maddesel bir varlığa sahip birimler sürekli birimlerdir. Evlenme, boşanma, trafik kazası gibi bir olay ya da bir fiil biçiminde ortaya çıkan birimler, oldukça kısa ömürlüdürler. Bu tür birimler **ani birimler** olarak isimlendirilirler. Ani birimler maddesel bir varlığa sahip olmayan birimlerdir.

3) Doğal ya da Doğal Olmayan Birimler

Nitelikleri açısından bir bütün oluşturan, parçalanmaları ya da birleştirilmeleri halinde niteliklerini kaybeden birimlere **doğal birim** adı verilir. Örneğin bir canlı parçalandığında, canlı olma niteliğini kaybeder ve her parça da daha küçük bir canlı oluşturmaz.

Nitelikleri açısından bir bütün olma özelliği göstermeyen birimlere **doğal olmayan birim** adı verilir. Örneğin bir arsa bir kaç parçaya bölünürse, daha küçük arsalar ortaya çıkar. Arsanın, arsa olma özelliği değişmez.

İSTATİSTİK SERİLERİ (Frekans Dağılımları)

a) Basit seriler (diziler):

Eğer liste belirlenen amaçlar doğrultusunda sıralanırsa, başka bir anlatımla bir frekans dağılımı oluşturulursa, İstenilen sonuçlara daha kısa zamanda ulaşılabilir. Böyle bir sıralama sonucu elde edilen istatistik serisine **basit seri** adı verilir.

b) Frekans serileri:

Verilerin daha kolay kavraması açısından, gözlem değerlerinin yanına gözlem değerinin kaç kez tekrarlandığı kaydedilerek oluşturulan seriye **frekans serisi**, tekrarlara da **frekans** adı verilir.

c) Sınıflandırılmış (gruplandırılmış) seriler:

Deney ya da gözlem sayıları çok iken, deney ya da gözlem sonuçlarının belirli aralıklar (sınıflar) içinde kalan şıklara göre düzenlenmesiyle oluşturulan istatistik serisine **sınıflandırılmış ya da gruplandırılmış seri** adı verilir.

Bir sınıfın alt ve üst sınırları arasındaki farka, **sınıf aralığı** ya da **sınıf büyüklüğü** adı verilir ve **h** ile gösterilir.

$$\boxed{\text{Sınıf Orta Noktası} = \frac{\text{Alt Sınır} + \text{Üst Sınır}}{2}}$$

Sınıflar	f	Sınıf Orta Noktası
Alt sınır-Üst sınır		
0 - 4	4	(0+4) / 2 = 2
4 - 8	10	(4+8) / 2 = 6
8 - 12	17	(8+12) / 2 = 10
12 - 16	25	(12+16) / 2 = 14
16 - 20	14	(16+20) / 2 = 18

Bu frekans dağılımı için sınıf aralığını bulursak;

Sınıf Aralığı (h) = 4 - 0 = 4'tür.

Kuramda sınıfların oluşturulmasına ilişkin kesin bir kural yoktur. Sınıf sayısını doğrudan araştırmacı belirler. Ancak sınıf sayısının, karşılaşılan özel problemin yapısına ve araştırmanın amaçlarına uygun bir biçimde belirlenmesi gerekir.

Eğer sınıflama yapılırken sınıf aralığı dar seçilirse, sınıf sayısı artar ve frekans dağılımının kavranması giderek zorlaşır. Aksi durumdaysa, sınıf sayısı azalır. Ancak dağılıma ilişkin bazı ayrıntılar gizli kalır.

Uygulamalarda bir frekans dağılımına ilişkin sınıf sayısının 7-20 ya da 10-30 arasında olmasının uygun sonuçlar verdiği görülmüştür.

Birikimli Seriler

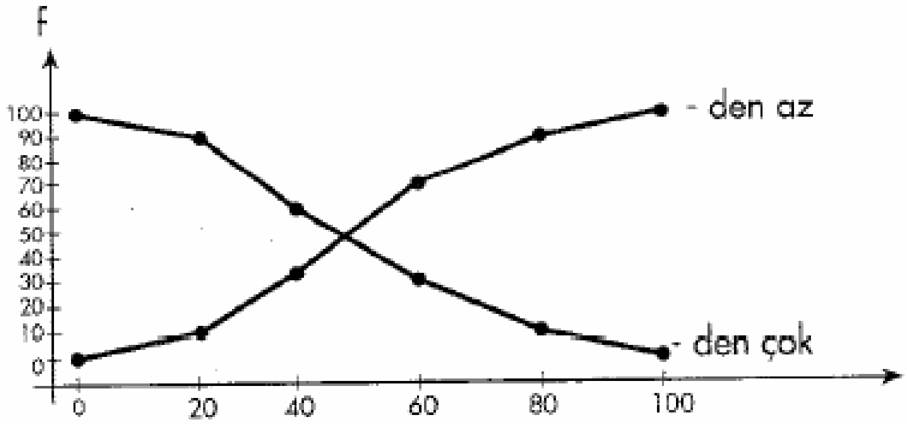
Bir frekans dağılımında, her sınıfın frekansı kendisinden önceki sınıfın frekansına eklenerek oluşturulan seriye **birikimli seri**, bu tür frekanslara da **birikimli frekanslar** denilir.

Birikimli seriler, küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru oluşturulabilirler. Eğer birikimli seriler küçükten büyüğe doğru oluşturulmuşsa **-den az**, büyükten küçüğe doğru oluşturulmuşsa **-den çok** olarak isimlendirilirler.

Örnek-3: Bir dersanedeki 100 öğrencinin istatistik dersinden aldığı notlara ilişkin sınıflandırılmış seriyi ele alarak küçükten büyüğe ve büyükten küçüğe doğru birikimli serileri oluşturalım.

Notlar	Frekanslar (f)	(-den az)	(-den çok)
0-20	10	10	10+90 = 100
20-40	25	25+10 = 35	25+65 = 90
40-60	35	35+35 = 70	35+30 = 65
60-80	18	18+70 = 88	18+12 = 30
80-100	12	12+88 = 100	12
	100		

DİKKAT: Şimdi birikimli serilerin grafiğini çizelim.



4) Bileşik Seriler

Birimlerin birden fazla değişkene göre dağılımlarını bir arada gösteren serilere **bileşik seri** adı verilir.

Bileşik Serilerin Grafikle Gösterilmesi:

Bileşik serilerin grafikleri oluşturulurken, ilk değişkenin değerleri yatay, diğer değişkenin değerleri ise düşey eksende yer alır.

Örnek-4: Bir sınıftan rastgele seçilen 5 öğrencinin istatistik ve muhasebe derslerinden aldıkları notlar aşağıdaki gibidir.

Öğrenci Gözlem no	İstatistik Notu x	Muhasebe Notu y
1	50	55
2	35	25
3	40	50
4	75	60
5	60	40

Verilen problemde birim öğrencidir. İstatistik notu ve muhasebe notu ise aynı birim üzerinde tanımlanmış iki farklı değişkendir. Bu duruma göre ilgili frekans dağılımı, bir bileşik seri biçiminde oluşturulmalıdır.

İstatistik notu bağımsız, muhasebe notu da bağımlı değişken olarak alındığında, istenilen frekans dağılımı aşağıdaki gibi olmalıdır.

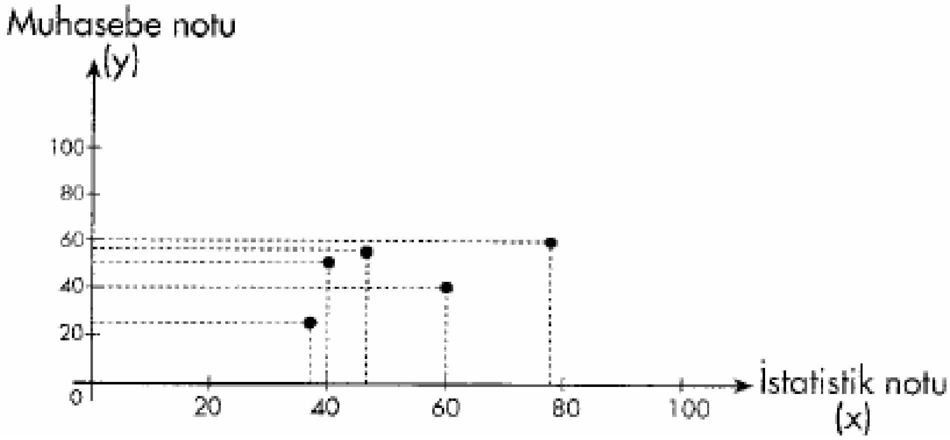
İstatistik Notu (x)	Muhasebe Notu (y)
35	25
40	50
50	55
60	40
75	60

Eğer muhasebe notu bağımsız, istatistik notu da bağımlı değişken olarak alınırsa, aynı veriye ilişkin bileşik seri;

Muhasebe Notu (y)	İstatistik Notu (x)
25	35
40	60
50	40
55	50
60	75

biçiminde oluşturulur.

Verilen serinin grafiğini çizersek;



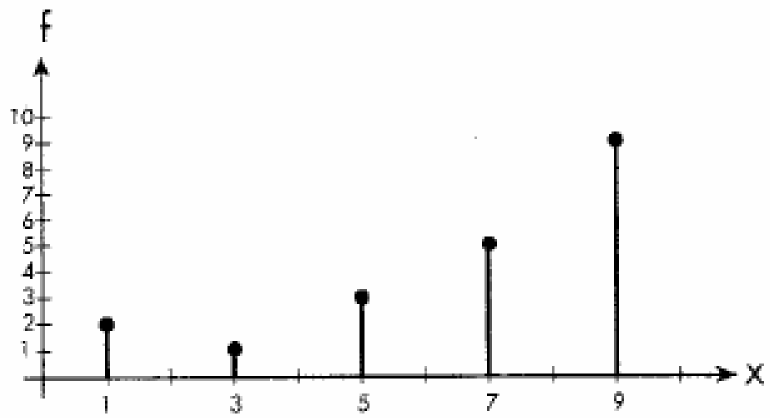
SERİLERİN GRAFİKLE GÖSTERİLMESİ

Frekans Serilerinin Grafikle Gösterilmesi

Frekans serileri biri gözlem değerleri diğeri de gözlem değerlerine karşı gelen frekansları gösteren iki sütundan oluşur. Frekans serilerinde frekanslar gözlem değerlerine göre değiştiğinden gözlem değerleri yatay eksende, frekanslarsa düşey eksende gösterilir. Grafik, yatay eksende belirlenen değerlerden uzunlukları ile ilgili frekanslar kadar olan dik doğru parçalarıyla oluşturulur.

Örnek-5:

x	f
1	2
3	1
5	3
7	5
9	+ 9
	20



Sınıflandırılmış Serilerin Grafikle Gösterilmesi

Sınıflandırılmış seriler, **histogram** ya da **frekans poligonu** adı verilen grafiklerle gösterilirler.

Histogram

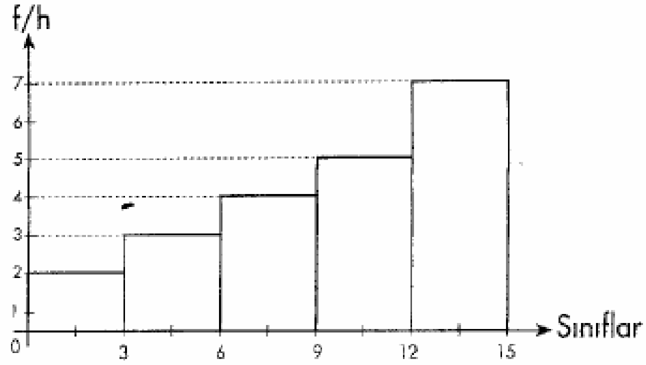
Histogram; alanı ilgili sınıfın frekansına ve tabanı da ilgili sınıfın aralığına eşit, birbirine bitişik dikdörtgenlerden oluşan bir grafik gösterimidir.

Bir histogram çizilmeden önce, sözü edilen dikdörtgenlerin uzunluklarının ayarlanması gerekir. Bunun için frekanslar sınıf aralığına bölünerek, dikdörtgenlerin alanları ilgili sınıfların frekanslarına eşit hale getirilir.

Örnek-6:

Sınıflar	f	Sınıf Aralıkları h	Ayarlanmış Frekanslar f / h
0-3	6	3	6 / 3= 2.0
3-6	9	3	9 / 3= 3.0
6-9	12	3	12 / 3= 4.0
9-12	15	3	15 / 3= 5.0
12-15	21	3	21 / 3= 7.0
	63		

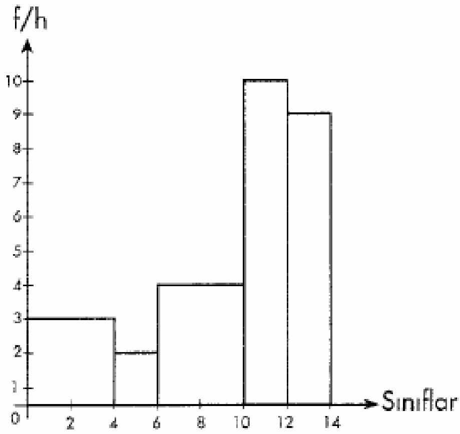
Bu sütundan yararlanarak histogram aşağıdaki gibi çizilir:



NOT: Eğer verilen seride sınıf aralıkları eşit değilse, histogram yine aynı yöntemle oluşturulur.

Örnek-7:

Sınıflar	f	h	Ayarlanmış Frekanslar (f / h)
0-4	12	4	12 / 4= 3.0
4-6	4	2	4 / 2= 2.0
6-10	16	4	16 / 4= 4.0
10-12	20	2	20 / 2= 10.0
12-14	18	2	18 / 2= 9.0
	70		



Frekans Poligonu

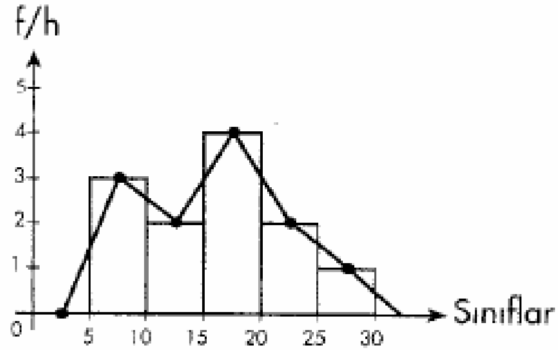
Frekans poligonu, histogramın tepe orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen, sınıflandırılmış serilere ilişkin, diğer bir grafik türüdür.

Frekans Poligonu

Frekans poligonu, histogramın tepe orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen, sınıflandırılmış serilere ilişkin, diğer bir grafik türüdür.

Örnek-8:

Sınıflar	f	x	h	f / h
5-10	15	7.5	5	3
10-15	10	12.5	5	2
15-20	20	17.5	5	4
20-25	10	22.5	5	2
25-30	5	27.5	5	1

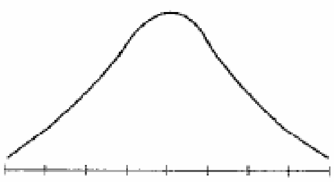


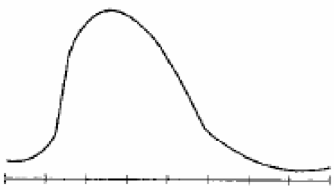
Frekans poligonunun altında kalan alan, frekanslar toplamına eşittir.

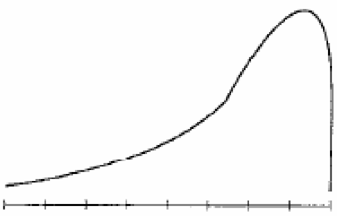
NOT: Histogram ve frekans poligonunun sürekli değişkenler için uygun grafikler olduğuna dikkat ediniz.

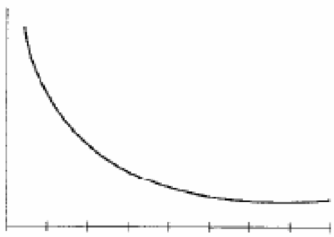
Eğer gözlem sayısı artarken sınıf aralığı sonsuz küçültülürse, frekans poligonu bir frekans eğrisi şekline dönüşür.

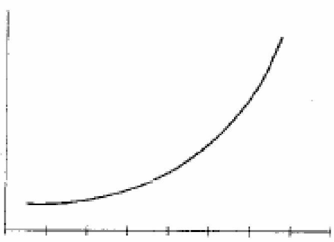
Sıkça Karşılaşılan Frekans Eğrileri:

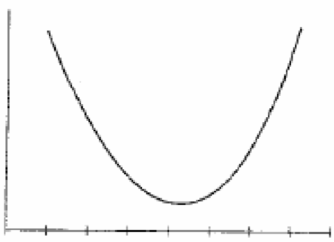

(a) Simetrik Tek Modlu Eğri


(b) Sağa Eğik Eğri


(c) Sola Eğik Eğri


(d) Ters J Eğrisi


(e) J eğrisi


(f) U eğrisi

MERKEZİ EĞİLİM VE DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜMLERİ

Ortalamalar, duyarlı ortalamalar ve duyarlı olmayan ortalamalar olmak üzere, iki ana başlıkta incelenebilir.

A) DUYARLI ORTALAMALAR

Duyarlı ortalamalar, serideki tüm gözlem değerlerinden etkilenen ortalamalardır. Duyarlı ortalamalardan sadece aritmetik, geometrik ve kareli ortalamaları ele alacağız.

1) ARİTMETİK ORTALAMA ($\bar{x}$)

En kolay hesaplanan ve en çok kullanılan ortalama, aritmetik ortalamadır. Eğer ne tür olduğu belirtilmeden bir ortalamadan söz ediliyorsa, muhtelemen kastedilen aritmetik ortalamadır.

a) Serilerde Aritmetik Ortalama

Aritmetik ortalama, bir seriyi oluşturan gözlem değerlerinin toplamının, gözlem sayısına oranı olarak tanımlanır.

Seriyi oluşturan gözlem değerleri $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$, aritmetik ortalama da $\bar{x}$ ile gösterilirse tanım uyarınca,

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}$$

olarak tanımlanır.

Örnek-1: X bir sınıftaki öğrencilerin aylık gelirlerini göstermek üzere gelirlerden oluşan basit seri aşağıdaki gibidir.

X (milyon TL)	
550	
625	Serisinin aritmetik ortalaması kaçtır?
700	
525	
+ 850	
$\Sigma x = 3250$	

Çözüm: $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{3250}{5} = 650$

b) Frekans Serilerinde Aritmetik Ortalama

Frekans serilerinde her gözlem değeri frekansı kadar tekrarlandığından, aritmetik ortalama hesaplanırken gözlem değerleri frekanslarıyla çarpılarak toplanır, bu sonuç frekanslar toplamına bölünür.

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}}$$

$\sum xf$: Gözlem değerleri ile frekans çarpımlarının toplamı

$\sum f$: Frekanslar toplamı

Örnek-2: Aşağıda verilen frekans serisinin aritmetik ortalamasını bulalım.

x	f	xf
3	2	6
7	4	28
5	6	30
2	+ 8	+ 16
	$\Sigma f = 20$	$\Sigma xf = 80$

Çözüm:

$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{80}{20} = 4$

c) Sınıflandırılmış Serilerde Aritmetik Ortalama

Aritmetik ortalama sınıflandırılmış serilerde de frekans serilerinde olduğu gibi hesaplanır. Ancak dikkat edilmesi gereken, değişken değerleri olarak sınıf orta noktalarının alınmasıdır.

Örnek-3: Aşağıda verilen serinin aritmetik ortalamasını bulalım.

Sınıf	f_i	x_i	f_i	$x_i f_i$
0 - 4	1	2	1	2
4 - 8	3	6	3	18
8 - 12	4	10	4	40
12 - 16	2	14	+ 2	+ 28
			10	88

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{88}{10} = 8{,}8$$

ARİTMETİK ORTALAMANIN ÖZELLİKLERİ

Aritmetik ortalama duyarlı bir ortalamadır ve serideki aşırı değerlerden doğrudan etkilenir.

Örnek-4: Aritmetik ortalama aşağıdaki serilerin hangisinde daha temsilidir?

x	y	z
14	2	14
15	15	15
18	18	17
+ 19	+ 19	+ 60
66	54	106

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{66}{4} = 16{,}5$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{54}{4} = 13{,}5$$

$$\bar{z} = \frac{\Sigma z}{n} = \frac{106}{4} = 26{,}5$$

DİKKAT: X serisinin ortalaması seriyi oluşturan gözlem değerlerine oldukça yakın olduğu için temsil yeteneği daha yüksektir. y ve z serilerinde ortalamaların temsil yeteneği azalmıştır.

DİKKAT: Gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan cebirsel sapmalarının toplamı daima sıfırdır.

Başka bir anlatımla; $\boxed{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = 0}$ olur.

Örnek-5: x: 1, 3, 5, 7, 9 serisinin sapma değerleri toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{1+3+5+7+9}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

x	$x - \bar{x}$
1	1 - 5 = - 4
3	3 - 5 = - 2
5	5 - 5 = 0
7	7 - 5 = 2
9	+ 9 - 5 = 4
	$\Sigma(x - \bar{x}) = 0$

Örnek-6: Aşağıda verilen seri için sapma değerleri toplamını bulunuz.

x	f	xf	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x}) . f$
2	1	2	2 - 6 = - 4	- 4
4	2	8	4 - 6 = - 2	- 4
6	3	18	6 - 6 = 0	0
8	4	32	8 - 6 = 2	+ 8
	10	60		$\Sigma (x - \bar{x}) . f = 0$

$\bar{x} = \frac{60}{10} = 6$

2) GEOMETRİK ORTALAMA

Geometrik ortalama, seriyi oluşturan gözlem değerlerinin çarpımının gözlem değeri sayısına eşit mertebeden kökü alınarak bulunur. Seriyi oluşturan gözlem değerleri $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ile ve geometrik ortalama da G ile gösterilir.

$\boxed{G = \sqrt[n]{x_1 \,.\, x_2 \,.\, \ldots \,.\, x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} xi}}$ eşitliği ile hesaplanır.

Ancak seriyi oluşturan gözlem değerlerinin sayısı arttığında, geometrik ortalamayı yukarıdaki formül yardımıyla hesaplamak güçleşir. Böyle durumlarda geometrik ortalama logaritma yardımıyla aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$\boxed{\log G = \frac{1}{n} \,.\, \sum_{i=1}^{n} \log x_i}$$

Örnek-8: Aşağıdaki basit serinin geometrik ortalamasını hesaplayınız.

x
1
3
5
11

Çözüm:

1. Yol:

$G.O = \sqrt[4]{1 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 11} = \sqrt[4]{165} = 3{,}58$

2. Yol:

$\log G = \frac{1}{4} \log (1.3.5.11)$

$\log G = \frac{1}{4} (\log 1 + \log 3 + \log 5 + \log 11)$

$\log G = \frac{1}{4} (0 + 0{,}477 + 0{,}699 + 1{,}0414)$

$\log_{10} G = \frac{1}{4} (2{,}2174) = 0{,}5544$

$G = 10^{0{,}5544} = 3{,}58$

NOT: 1) log (a.b) = log a + log b

2) Tabanı yazılmayan logaritma 10 tabanındadır.

3) $\log_{10} x = y \Rightarrow x = 10^y$ dir.

Uygulamada milli gelir, nüfus, bileşik faiz ve bazı bileşik indekslerin hesaplanmasında geometrik ortalama kullanılır.

3) KARELİ ORTALAMA

a) Basit Serilerde Kareli Ortalama

Kareli ortalama, seriyi oluşturan gözlem değerlerinin karelerinin toplamının gözlem sayısına oranının karekökü olarak tanımlanır.

Kareli ortalama K ile gösterilir

$$\boxed{K = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}}$$ eşitliğiyle hesaplanır.

Örnek-9: Aşağıda verilen basit serinin kareli ortalamasını bulunuz.

x	**x^2**
2	4
4	16
6	36
8	64
10	+ 100
	220

Çözüm:

$$K = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \sqrt{\frac{220}{5}} = \sqrt{44} = 6{,}633$$

b) Frekans ve Sınıflandırılmış Serilerde Kareli Ortalama

$$\boxed{K = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}}$$ eşitliğiyle hesaplanır.

Örnek-10:

Aşağıda verilen sınıflandırılmış serinin kareli ortalamasını bulunuz.

Sınıf	**f**	**x**	**x^2**	**x^2f**
0 - 2	1	1	1	1
2 - 4	3	3	9	27
4 - 6	5	5	25	125
6 - 8	4	7	49	196
8 - 10	+ 6	9	81	+ 486
	19			835

Çözüm:

$$K = \sqrt{\frac{\sum x^2 . f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{835}{19}} = 6{,}629$$

B) DUYARLI OLMAYAN ORTALAMALAR

Duyarlı olmayan ortalamalar, seriyi oluşturan tüm gözlem değerlerinin büyüklüklerinden etkilenmeyen ortalamalardır.

Bu bölümde sadece medyan ve mod ele alınacaktır.

1) MEDYAN

a) Basit serilerde Medyan

Bir istatistik serisinde tam ortaya düşen ve dolayısıyla seriyi iki eşit kısma bölen gözlem değerine **medyan** denir. Yalnız medyan hesaplanırken verilen sayıları ya küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru sıralamamız gerekir.

Süreksiz serilerde medyanın hangi sıradaki gözlem değeri olduğu, n serideki gözlem sayısını göstermek üzere, $\frac{n+1}{2}$ ile bulunur.

Örnek-11: Aşağıdaki basit serinin medyanını bulalım.

x
8
12
14
15
17

Çözüm:

Medyan $\frac{n+1}{2}$ sırasındaki gözlem değeridir.

$n = 5 \Rightarrow$ Medyan $= \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3.$ sıradaki gözlem değeri medyandır. Verilen seriyi tam ortadan ikiye bölen gözlem değeri 3. gözlem değeri olan 14'tür.

Örnek-12: Aşağıdaki basit serinin medyanını bulalım.

x
1
2
3
3
4
6
7
7

Çözüm:

Medyan $= \frac{n+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$

Medyan 4,5. sıradaki gözlem değeridir.
4. ve 5. sıradaki gözlem değeri sırasıyla 3 ve 4 olduğundan medyan bu iki gözlem değerinin aritmetik ortalamasıdır.

Medyan $= \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$

b) Frekans Serilerinde Medyan

Frekans serilerinde de medyanın kaçıncı gözlemin değeri olduğu, $\frac{n+1}{2}$ ile elde edilir. Hangi gözlem değerinin bu sırada yer aldığı birikimli frekanslar (-den az) yardımıyla kolaylıkla bulunur.

Örnek-13: Aşağıda verilen frekans serisinin medyanını bulalım.

X	f	- den az
8	2	2
10	4	6
12	5	11
15	+ 8	19
	19	

Çözüm:

Medyan değeri = $\frac{n+1}{2} = \frac{19+1}{2} = \frac{20}{2} = 10$. sıradaki gözlem değerine eşit olacaktır. - den az serisinden 10. sıradaki gözlem değeri 12'ye karşılık gelir. O halde Medyan = 12 olur.

c) Sınıflandırılmış Serilerde Medyan

Sınıflandırılmış serilerde medyan yine birikimli frekanslar yardımıyla hesaplanır. Ancak, sınıflandırılmış serilerde seriyi iki eşit kısma bölen gözlem değeri bir sınıf içinde yer alacaktır. Medyan değerini içinde bulunduran sınıfa medyan sınıfı adı verilir. Medyan sınıfı, frekanslar toplamının yarısını içinde bulunduran sınıftır.

Medyan sınıfı belirlendikten sonra medyan

l_a = Medyan sınıfının alt sınırı

N = Frekanslar toplamı (Σf)

f_a = Medyan sınıfına kadar olan sınıfların frekansları toplamı

f_m = Medyan sınıfının frekansı

h_m = Medyan sınıfının büyüklüğü

olmak üzere

$$\boxed{\text{Medyan} = l_a + \frac{\frac{N}{2} - f_a}{f_m} \cdot h_m}$$ eşitliği ile bulunur.

Örnek-14: Aşağıdaki serinin medyanını bulunuz.

Sınıflar	f	- den az
5 - 10	3	3
10 - 15	4	7
15 - 20	5	12
20- 25	6	18
25 - 30	+ 2	20
	20	

Çözüm:

Sınıflandırılmış serilerde değişken sürekli olduğundan

Medyan = $\frac{N}{2}$ ile bulunur. Medyan = $\frac{20}{2} = 10$. gözlem değeridir. - den az serisinden 10. gözlem değerinin (15 - 20) sınıfında olduğu görülür. (15 - 20) sınıfı medyan sınıfıdır.

Medyan değerini bulalım

$l_a = 15$

$\frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$

$f_a = 7$

$f_m = 5$

$h_m = 5$

$$\text{Medyan} = l_a + \frac{\frac{N}{2} - f_a}{f_m} \cdot h_m$$

$$\text{Medyan} = 15 + \frac{10-7}{5} \cdot 5$$

$$\text{Medyan} = 15 + 3$$

Medyan = 18 olarak elde edilir.

2) MOD

a) Basit serilerde Mod

En çok tekrarlanan gözlem değerine mod denir.

Örnek-15: 2, 4, 5, 2, 3, 4, 4, 5, 4, 4, 8, 4 serisi için mod değerini bulalım.

Çözüm:

İlk bakışta da dikkatinizi çektiği gibi bu grupta en sık rastlanan (en çok tekrarı olan) değer 4'tür. O zaman mod değeri de 4'tür.

b) Frekans Serilerinde Mod

En büyük frekansın karşısındaki gözlem değeridir.

Örnek-16:

x_i	f_i
2	8
4	6
6	7
8	7
10	11 *

Burada mod 10'dur. Çünkü en sık tekrar eden değerdir.

Örnek-17:

x_i	f_i
2	4
4	18 *
6	3
8	5
10	17 *

Burada iki mod vardır, bunlar da 4 ve 10'dur. Çünkü her iki değerin frekansları diğerlerinden çok farklıdır.

NOT: Bir gözlem grubunda birden fazla mod olabilir. Ancak bu değerleri diğerlerine göre önemli bir sıklık farkıyla gözlemiş olmamız gerekir. Frekanslar dikkat çekecek ölçüde farklı değilse mod ölçüsünü kullanamayız.

c) Sınıflandırılmış Serilerde Mod

Eğer modu hesaplanmak istenilen seri sınıflandırılmış bir seri ise, en büyük frekans bir gözlem değerine değil bir sınıfa karşı gelecektir.

En çok tekrarlanan gözlem değerini içinde bulunduran sınıfa mod sınıfı ya *da modal sınıf adı verilir.*

Mod sınıfı belirlendikten sonra mod,

l_a = Mod sınıfının alt sınırı

Δ_1 = Mod sınıfının frekansıyla ondan bir önceki sınıfın frekansları arasındaki mutlak fark.

Δ_2 = Mod sınıfının frekansıyla ondan bir sonraki sınıfın frekansları arasındaki mutlak fark.

h = Sınıf aralığı,

olmak üzere,

$$\boxed{Mod = l_a + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot h}$$ eşitliği ile hesaplanır.

Örnek-18:

Sınıf	f_i
0 - 20	4
20 - 40	5
40 - 60	9
60 - 80	8
80 - 100	3

Yukarıdaki dağılımın modu kaçtır?

Çözüm: Mod sınıfı en yüksek frekansı olan 40 - 60 sınıfıdır.

40 - 60 sınıfında;

$l_a = 40$

h = Sınıf aralığı $60 - 40 = 20$

$\Delta_1 = 9 - 5 = 4$

$\Delta_2 = 9 - 8 = 1$

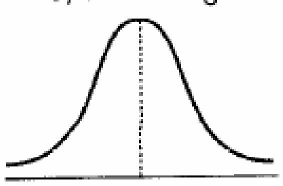
$$\text{Mod} = 40 + \frac{4}{4+1} \cdot 20 = 40 + \frac{4}{5} \cdot 20$$

$$\text{Mod} = 40 + \frac{80}{5} = 40 + 16 = 56 \text{ bulunur.}$$

NOT: Mod U, J ve ters J şeklindeki frekans eğrileri için uygun bir ortalama değildir.

Serinin Simetri Durumuna Göre Ortalamalar Arasındaki İlişki

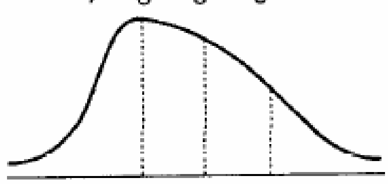
a) Simetrik Eğri



$\overline{X}$, Mod, Med

Mod = Medyan = $\overline{x}$

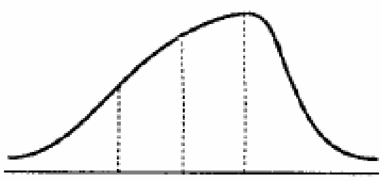
b) Sağa Eğik Eğri



Mod Med $\overline{X}$

Mod < Medyan < $\overline{x}$

c) Sola Eğik Eğri



$\overline{X}$ Med Mod

$\overline{x}$ < Medyan < Mod

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

Bir seriyi oluşturan gözlem değerlerinin değer itibariyle birbirinden ya da herhangi bir ortalamadan uzaklıkları esas alınarak oluşturulan ölçülere **değişkenlik ölçüleri** adı verilir.

1) Değişim Aralığı

Değişim aralığı, bir serideki en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark olarak tanımlanır. Burada dikkat edilecek husus, frekans serilerinde en büyük ve en küçük değeri belirlerken kesinlikle frekanslarla ilgilenilmemeli, sadece X_i değerlerinin bulunduğu sütuna bakılmalıdır.

Değişim aralığı kısaca D.A ile gösterilirse;

D.A = $X_{max} - X_{min}$ olarak ifade edilir.

Örneğin elimizde,

5, 2, 3, 8, 2, 6, 4 şeklinde bir seri bulunsun. Bu seriye ilişkin değerlerin en büyüğü 8, en küçüğü 2'dir. Serinin değişim aralığının uzunluğu;

D.A = $X_{max} - X_{min} = 8 - 2 = 6$ bulunur.

Örnek-19:

x_i	f_i
2	3
4	8
5	4
6	1
8	6
10	3

Frekans serisindeki frekansların bulunduğu sütuna hiç bakmaksızın, en büyük değer 10, en küçük değer 2 olarak bulunur.

$D.A = X_{max} - X_{min} = 10 - 2 = 8$ bulunur.

2) Standart Sapma

Standart sapma, bir seriyi oluşturan gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan farklarının kareli ortalaması olarak tanımlanır ve σ (sigma) ile gösterilir.

a) Basit serilerde standart sapma

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}}$$ eşitliği yardımı ile hesaplanır.

Standart sapma hesaplanmadan evvel serinin aritmetik ortalaması ($\bar{x}$) bulunmalıdır. Daha sonra şu işlemler izlenir.

1. Her gözlemin teker teker ortalamadan farkı alınarak ($x_i - \bar{x}$) sütunu oluşturulur. Unutulmaması gereken bir şey vardır bu sütunun toplamı daima 0 olur. Kontrol amacıyla kullanılabilir.
2. ($x_i - \bar{x}$) sütunundaki tüm değerlerin kareleri alınarak $(x_i - \bar{x})^2$ sütunu oluşturulur.
3. $(x_i - \bar{x})^2$ sütunundaki değerler toplanır. $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ bulunmuş olur.
4. Bulunan bu değer gözlem sayısına (n) bölünür.
5. Karekök alınır.

Örnek-20: Elimizde 4, 2, 6, 4 şeklinde verilmiş bir seri olsun. Bu serinin standart sapmasını bulabilmek için önce aritmetik ortalama ($\bar{x}$) bulunur.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{4+2+6+4}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

Daha sonra 2. sütunda her gözlemden aritmetik ortalama çıkartılır.

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
4	4 - 4 = 0	0
2	2 - 4 = - 2	4
6	6 - 4 = 2	4
4	4 - 4 = 0	0
	0	8

3. sütunda kareler alınarak toplanır. Gözlem sayımız 4 olduğuna göre;

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2}$$ bulunur.

b) Frekans serilerinde standart sapma

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}}$$ ile hesaplanır.

1. Her x_i değerinden ortalama çıkartılarak ($x_i - \bar{x}$) sütunu oluşturulur.

2. Bu sütundaki tüm fark değerlerinin kareleri alınarak $(x_i - \bar{x})^2$ sütunu oluşturulur.

3. Elde ettiğimiz $(x_i - \bar{x})^2$ sütunundaki değerlerin her biri karşılık geldikleri f_i değerleri ile çarpılarak $f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$ sütunu oluşturulur.

4. Belirtilen bu adımlardan sonra, $f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$ sütununun toplamı, f_i sütununun toplamına bölünerek karekökü alındığında standart sapma bulunmuş olur.

Örnek-21:

X_i	f_i	$X_i f_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i.(X_i - \bar{X})^2$
2	1	2	2 - 6 = - 4	$(-4)^2 = 16$	1.16=16
4	3	12	4 - 6 = - 2	$(-2)^2 = 4$	3.4=12
6	5	30	6 - 6 = 0	$0^2 = 0$	5.0=0
8	3	24	8 - 6 = 2	$2^2 = 4$	3.4=12
10	1	10	10 - 6 = 4	$4^2 = 16$	1.16=16
	13	78			56

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{78}{13} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}} = \sqrt{\frac{56}{13}} = \sqrt{4{,}3} = 2{,}1$$

c) Sınıflandırılmış serilerde standart sapma

Sınıflandırılmış serilerde de frekans serilerdekine benzer bir şekilde standart sapma hesaplanır.

Sınıflandırılmış serilerde her sınıfın orta noktası (x_i) olarak alınır. Böylece frekans serilerinde olduğu gibi x_i ve f_i sütunları elde edilmiş olur ve aynı adımlar izlenir.

Örnek-22:

Sınıf	f_i	x_i	$x_i \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
0 - 10	1	(0 + 10) / 2 = 5	5	- 22,4	501,76	501,76
10 - 20	4	(10 + 20) / 2 = 15	60	- 12,4	153,76	615,04
20 - 30	10	(20 + 30) / 2 = 25	250	- 2,4	5, 76	57, 60
30 - 40	8	(30 + 40) / 2 = 35	280	7, 6	57,76	462,08
40 - 50	2	(40 + 50) / 2 = 45	90	17,6	309,76	619,52
	25		685			2256

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{685}{25} = 27{,}4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}} = \sqrt{\frac{2256}{25}} = \sqrt{90{,}24} = 9{,}5$$

3) Varyans

Varyans, standart sapma gibi istatistikte yaygın olan değişkenlik ölçülerindendir.

Standart sapmanın karesine **varyans** denilir. Bulduğumuz standart sapmanın karesi serilerin varyansını verir. σ^2'ye varyans adı verilir.

Örneğin:

4, 2, 6, 4 serisi için standart sapma (σ) = $\sqrt{2}$ bulunmuştu. Varyans;

$\sigma^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ olur.

Standart sapma ile ilgili bazı özellikler, aşağıda ispatsız olarak verilmiştir.

UYARI 1): Kareli ortalamanın karesiyle aritmetik ortalamanın karesi arasındaki fark, varyansa eşittir. Başka bir ifadeyle;

$K^2 - (\bar{x})^2 = \sigma^2$'dir.

2) Bir seriyi oluşturan gözlem değerlerinin her birine sabit bir sayı eklenir ya da çıkartılırsa, serinin standart sapması değişmez.

3) Bir seriyi oluşturan gözlem değerlerinin tümü c gibi bir sayıyla çarpılırsa elde edilen serinin standart sapması, ilk serinin standart sapmasının c katı olur.

4) Değişim Katsayısı (D.K.)

$\boxed{D.K.(x) = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100}$ olarak formüle edilir.

Örnek-23: 1. dağılımdan elde edilen standart sapma 10, aritmetik ortalama 50 olsun. 2. dağılımdan elde edilen standart sapma 10, aritmetik ortalama 25 olsun. Verilen serilerin değişim katsayılarını bulalım.

Çözüm:

$$D.K_{(1)} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{10}{50} \cdot 100 = \%\,20$$

$$D.K_{(2)} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{10}{25} \cdot 100 = \%\,40 \text{ elde edilir.}$$

2. dağılımdaki değişkenlik, 1 dağılımdakinden daha fazladır.

ÜNİTE İLE İLGİLİ SORULAR

1. **Aşağıdakilerden hangisi istatistik birimi olarak alınamaz?**
A) Aile B) Coğrafi bölge
C) Ölüm D) Koku
E) Boykot
YANIT (D) Ölçülemeyen ya da sayılamayan nesneler ve olaylar istatistiksel anlamda birim oluşturmadıkları için "koku" istatistik birimi olamaz.

2. **Aşağıdakilerden hangisi ani birimdir?**
A) Kavga B) Sınıf
C) Öğretmen D) Aile
E) Bekar insanlar
YANIT (A) Ani birimler maddesel bir varlığa sahip olmayan, bir olay ya da bir fiil biçiminde ortaya çıkan, oldukça kısa ömürlü birimlerdir. Bu yüzden kavga ani birime bir örnektir.

3. **Aşağıdakilerden hangisi sürekli bir değişkendir?**
A) Okuldaki derslik sayısı
B) Doğum yeri
C) Doğum tarihi
D) Medeni hal
E) Ülkelerin yüzölçümü
YANIT (E) Sürekli değişkenler ölçülebilen yada tartılabilen değerler alırlar. Ülkelerin yüzölçümü de ölçülebilen bir değerdir.

4. **Aşağıdakilerden hangisi maddesel bir değişkendir?**
A) İşletmenin kuruluş tarihi
B) Doğum yeri
C) Boy uzunluğu
D) Doğum tarihi
E) Günün saatlerine göre ortalama sıcaklık
YANIT (C) Mekan ve zaman değişkenleri dışındaki tüm değişkenlere maddesel değişkenler denir. O halde boy uzunluğu zaman ve mekan değişkenleri dışında olduğundan maddesel bir değişkendir.

5. **Birimlerle ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?**
A) Tüm olaylar istatistik birimi oluştururlar.
B) Maddesel bir varlığa sahip birimler, sürekli birimlerdir.
C) Canlı varlıklar istatistik birimi olabilirler.
D) Cansız varlıklar istatistik birimi olabilirler.
E) Birimin mutlaka maddesel bir varlığa sahip olması gerekmez.
YANIT (A) Ölçülemeyen ya da sayılamayan nesneler ve olaylar istatistiksel anlamda birim oluşturamadıkları için tüm olaylar istatistik birimi oluştururlar diyemeyiz.

6. **Aşağıdakilerden hangisi doğal birim değildir?**
A) Araba B) Kitap
C) Öğretmen D) Arsa
E) Banknot
YANIT (D) Doğal olmayan birimlerin birleştirildikleri ya da parçalandıkları zaman, nitelikleri değişmez. Arsa bir kaç parçaya bölünürse arsa olma niteliği değişmez.

7. **Kütlelere ilişkin aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?**
A) Doğal birimlerden oluşan kütleler süreklidir.
B) Zaman birimlerinden oluşan kütleler, süreksiz kütlelerdir.
C) Bir istatistik kütlesi, istatistik birimlerinin toplamından farklı bir yapıya sahip olabilir.
D) Doğal olmayan birimlerden oluşan kütleler süreksiz kütlelerdir.
E) Mekan birimlerinden oluşan kütleler, sürekli kütlelerdir.
YANIT (E) Mekan birimleri doğal birimler olmadıkları için, her zaman sürekli kütleleri oluştururlar.

8. **Aşağıdaki olaylardan hangisi ani veri derlemeye konu oluşturur?**
A) İşyeri sayımı
B) Belirli bir yerde ve zaman aralığındaki ölümler
C) Belirli bir yerde ve zaman aralığındaki grevler
D) Belirli bir yerde ve zaman aralığındaki iflaslar
E) Belirli bir yerde ve zaman aralığındaki evlenmeler
YANIT (A) İstenilen bir anda gözlenmeye hazır olan sürekli karakterdeki birimlerin gözlenmesi ya da kaydedilmesi işlemlerine ani veri derleme denir.

9. **Belirlenen amaçlar doğrultusunda hakkında bilgi edinilmek istenen yığının tümüne ne ad verilir?**
A) Veri derleme B) Anakütle
C) Örneklem D) Grup
E) Şık
YANIT (B) Belirlenen amaçlar doğrultusunda hakkında bilgi edinilmek istenen yığının tümüne anakütle denir.

10. **Aşağıdakilerden hangisi varsayımsal kütledir?**
A) Bir sınıfta okutulan dersler
B) Bir fakültedeki öğrenciler
C) Belirli bir bölgede ve zaman aralığında olan trafik kazaları
D) Bir üniversitedeki öğretim elemanları
E) 15 kişilik bir sınıftan rastgele seçilecek farklı üçer kişilik öğrenci grupları
YANIT (E) Çünkü A, B, C, D seçeneklerinde kesinlik söz konusudur ancak E seçeneğinde kullanılan rastgele kelimesi kesinlik ifade etmez.

11. **Aşağıdakilerden hangisinde verilenler karşılaştırılırken, gözlenen farkın anlamlı olup olmadığını istatistiksel olarak belirlemek gerekir?**
A) İki çocuğun boyları
B) İki kişinin aylık gelirleri
C) İki otobüsün yolcu kapasiteleri
D) İki binanın yükseklikleri
E) İki ilacın aynı hastalığa karşı etkileri
YANIT (E) İstatistiksel bir karar verebilmemiz için araştırma yapılması gerekir. İki ilacın aynı hastalığa karşı etkilerini belirleyebilmek için mutlaka araştırma yapmamız gerekir.

12. **Bir ana kütleden uygun tekniklerle seçilen birimlerin oluşturduğu topluluğa ne ad verilir?**
A) Örnekleme B) Örneklem
C) Grup D) Topluluk
E) Kısmî veri derleme
YANIT (B) Bir ana kütleden uygun tekniklerle seçilen birimlerin oluşturduğu topluluğa örneklem adı verilir.

ÜNİTE İLE İLGİLİ SORULAR

1. Bir frekans dağılımında, her sınıfın frekansına bir önceki sınıfın frekansı eklenerek oluşturulan serilere ne ad verilir?

A) Basit seri
B) Frekans serisi
C) Sınıflandırılmış seri
D) Birikimli seri
E) Bileşik seri

YANIT (D) Ünite içerisinde "birikimli seriler" konusunda verdiğimiz tanım gereğince doğru cevap "Birikimli seri"dir.

2.

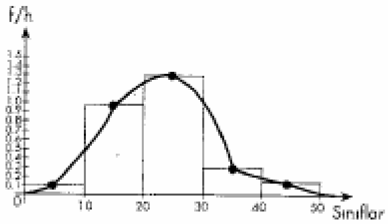
Sınıflar	Frekanslar (f)
0-10	1
10-20	10
20-30	14
30-40	3
40-50	2

Yukarıda verilen serinin, frekans eğrisinin görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

A) Sağa eğik eğri
B) Sola eğik eğri
C) Simetrik tek modlu eğri
D) J eğrisi
E) Ters j eğrisi

YANIT (A) Öncelikle ayarlanmış frekanslar oluşturularak histogram, sonra da histogramın tepe orta noktaları birleştirilerek frekans poligonu elde edilir.

Sınıflar	f	x	h	f/h
0-10	1	5	10	0.1
10-20	10	15	10	1.0
20-30	14	25	10	1.4
30-40	3	35	10	0.3
40-50	2	45	10	0.2



Frekans poligonundaki frekans eğrisini gözönüne aldığımızda; frekans eğrisinin sağa eğik olduğunu görürüz.

3.

x	f
1	2
2	3
3	8
4	12
5	15
6	7
7	5
8	3
	55

Yukarıda verilen seri için -den az serisi oluşturulmak istendiğinde, birikimli frekanslar aşağıdakilerden hangisidir?

A) -den az	B) -den az	C) -den az	D) -den az
1	2	55	2
3	5	52	5
6	12	47	13
10	24	40	25
15	40	25	40
21	47	13	47
28	52	5	52
36	55	2	55

E)

-den az
1
4
12
24
39
46
52
55

YANIT (D) Birikimli frekanslar küçükten büyüğe doğru oluşturulduğunda -den az birikimli frekansları elde edilir. O halde;

x	f	-den az
1	2	2
2	3	2+3= 5
3	8	5+8= 13
4	12	13+12= 25
5	15	25+15= 40
6	7	40+7= 47
7	5	47+5= 52
8	3	52+ 3= 55
	55	

4. Bir frekans dağılımına ilişkin -den az serisi aşağıda verilmiştir

Sınıflar	-den az
0-5	4
5-10	10
10-15	12
15-20	17
20-25	33
25-30	42
30-35	55

Yukarıda verilen seriye ilişkin gözlenen frekanslar aşağıdakilerden hangisidir?

A)

f
5
10
15
20
25
30
35

B)

f
55
42
33
17
12
10
4

C)

f
6
2
5
16
9
13
0

D)

f
2.5
7.5
12.5
17.5
22.5
27.5
32.5

E)

f
4
6
2
5
16
9
13

YANIT (E) -den az serisi; birikimli serilerin küçükten büyüğe doğru oluşturulmasıyla elde ediliyordu. O halde, -den az serisinde o sınıfa ait -den az değerinden bir önceki sınıfın -den az değerini çıkarttığımızda, o sınıfın frekans değerini elde ederiz. Böylece;

Sınıflar	-den az	frekanslar (f)
0-5	4	4-0= 4
5-10	10	10-4= 6
10-15	12	12-10= 2
15-20	17	17-12= 5
20-25	33	33-17= 16
25-30	42	42-33= 9
30-35	55	55-42= 13

serisi elde edilir.

5.

x	f
2	10
4	2
6	13
8	7
10	4
12	9
	45

Yukarıda verilen seri için -den çok serisi oluşturulmak istendiğinde, birikimli frekanslar aşağıdakilerden hangisidir?

A) **-den çok**

2
4
12
20
30
42

B) **-den çok**

10
12
25
32
36
45

C) **-den çok**

45
35
33
20
13
9

D) **-den çok**

9
13
20
33
35
45

E) **-den çok**

45
36
32
25
12
10

YANIT (C) Birikimli seriler büyükten küçüğe doğru oluşturulduğunda, - den çok birikimli frekansları elde edilir. O halde; son sınıftaki frekans değerinden ilk sınıftaki frekans değerine doğru toplayarak gidersek;

x	f
2	10
4	2
6	13
8	7
10	4
12	9
	45

-den çok

35+10= 45
33+2= 35
20+13= 33
13+7= 20
9+4= 13
9

şeklinde istenilen seriyi elde ederiz.

6. Bir frekans dağılımına ilişkin -den çok serisi aşağıda verilmiştir

Sınıflar	-den çok
0-3	50
3-6	43
6-9	38
9-12	23
12-15	12
15-18	7

Yukarıda verilen seriye ilişkin gözlenen frekanslar aşağıdakilerden hangisidir?

A) **f**

1.5
4.5
7.5
10.5
13.5
16.5

B) **f**

7
5
15
11
5
7

C) **f**

7
12
23
38
43
50

D) **f**

7
5
11
15
5
7

E) **f**

47
44
41
38
35
32

YANIT (B) -den çok serisi; birikimli serilerin büyükten küçüğe doğru oluşturulmasıyla elde ediliyordu. O halde; -den çok serisinde o sınıfın -den çok değerinden bir sonraki sınıfın -den çok değerini çıkarttığımızda, o sınıfa ait frekans değerini elde ederiz. Böylece;

Sınıflar	-den çok	frekanslar (f)
0-3	50	50-43= 7
3-6	43	43-38= 5
6-9	38	38-23= 15
9-12	23	23-12= 11
12-15	12	12-7= 5
15-18	7	7-0= 7

7.

Gözlem No	İstatistik Notu	Matematik Notu
1	80	70
2	50	50
3	70	90
4	60	60
5	50	40

5 öğrencinin istatistik ve matematik derslerinden aldıkları notları gösteren yukarıdaki tabloya ilişkin aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) Tablodaki veriler bir istatistik serisi oluşturmaz.
B) Tablodaki veriler bileşik bir seri oluşturur.
C) Tablodaki veriler basit bir seri oluşturur.
D) Tablodaki veriler bir frekans serisi oluşturur.
E) Tablodaki veriler sınıflandırılmış bir seri oluşturur.

YANIT (A) Tabloda 5 farklı öğrencinin istatistik ve matematik derslerine ilişkin aldıkları notlar olmak üzere iki değişkene göre değerler verilmiştir. İlk bakışta seri gibi görünse de; değişkenlere göre sıralama yapılmadığından tablodaki veriler bir istatistik serisi oluşturmaz.

8. **Gözlem sonuçlarının maddesel bir değişkenin şıklarına göre sıralanmasıyla oluşturulan serilere ne ad verilir?**

A) Zaman serisi
B) Mekan serisi
C) Dağılma serisi
D) Birikimli seri
E) Bileşik seri

YANIT (C) Ünite içerisinde verdiğimiz dağılma serileri konusunda belirttiğimiz üzere yukarıda tanımlanan seriye dağılma serisi adı verilir.

9. **Serilere ilişkin aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?**

A) İllere göre rakım değerleri, mekan serileri için uygun bir örnektir.
B) Herhangi bir ile göre günlük ortalama sıcaklık değerleri, zaman serileri için uygun bir örnektir.
C) Gözlem değerlerinin yanına, gözlenen değerlerin tekrar sayısı yazılarak oluşturulan seriye, frekans serisi denir.
D) Eğer sınıflandırma yapılırken sınıf aralığı küçük seçilirse, ilgili dağılıma ilişkin bazı ayrıntılar gizli kalır.
E) Derlenen veriler ilgilenilen konunun dışında bir temele göre sıralanmışsa, bu sıralamaya "liste" adı verilir.

YANIT (D) Sınıflandırma yapılırken sınıf aralığı küçük seçilirse, sınıf sayısı artacağından, bazı ayrıntılara ulaşmak daha kolay olacaktır. Dolayısıyla "D" şıkkı yanlıştır.

10. ve 11. sorular için:

Aşağıda bir frekans dağılımına ilişkin -den az ve -den çok serileri birlikte verilmiştir.

Sınıflar	-den az	-den çok
0-3	3	40
3-6	8	37
6-9	16	32
9-12	22	24
12-15	25	18
15-18	30	15
18-21	40	10

10. Yukarıdaki tabloya göre, sayısal değeri 15'den küçük gözlem sayısı kaçtır?

A) 30 B) 25
C) 24 D) 22
E) 21

YANIT (B) -den az serisi; birikimli serilerin küçükten büyüğe doğru oluşturulmasıyla elde edildiğinden verilen tabloda ,den az serisini gözönüne alıyoruz. O halde; sayısal değeri 15'den küçük gözlem sayısı 25'dir diyoruz.

11. Yukarıdaki tabloya göre, sayısal değeri 9'dan büyük gözlem sayısı kaçtır?

A) 40 B) 32
C) 24 D) 22
E) 16

YANIT (C) -den çok serisi; birikimli serilerin büyükten küçüğe doğru oluşturulmasıyla elde edildiğinden verilen tabloda ,den çok serisini gözönüne alıyoruz. O halde; sayısal değeri 9'dan büyük gözlem sayısı 24'tür diyoruz.

12. Serilere ilişkin aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) -den az serileri, her sınıfın frekansından bir önceki sınıfın frekansı çıkarılarak oluşturulur.
B) Histogram ve frekans poligonu sınıflandırılmış serilerin grafikleridir.
C) Bileşik serilerin grafiklerine "serpilme diyagramı" denir.
D) Bir seriye ilişkin histogramda, dikdörtgenlerin alanları toplamı seriye ilişkin frekanslar toplamına eşittir.
E) Bir seriye ilişkin frekans poligonunun altında kalan alan, seriye ilişkin frekanslar toplamına eşittir.

YANIT (A) -den az serileri, her sınıfın frekansına bir önceki sınıfın frekansı eklenerek oluşturulduğundan "A" şıkkında verilen ifade yanlıştır.

ÜNİTE İLE İLGİLİ SORULAR

1.

Sınıflar	f
0-2	5
2-4	3
4-6	3
6-8	5
8-10	4
	20

Yukarıdaki serinin aritmetik ortalaması nedir?

A) 4 B) 5
C) 10 D) 20
E) 25

YANIT (B)

Sınıflar	f	X_i	x . f
0-2	5	1	5
2-4	3	3	9
4-6	3	5	15
6-8	5	7	35
8-10	+ 4	9	+ 36
	20		100

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{100}{20} = 5$$

2. 6 birimden oluşan bir basit seride gözlem değerleri toplamı $\Sigma x = 36$ olduğuna göre serinin aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

YANIT (C)

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{36}{6} = 6$$

3. 16 gözlem değerinden oluşan bir basit serinin aritmetik ortalaması 60 ise bu serideki gözlem değerlerinin toplamı Σx kaçtır?

A) 150 B) 600 C) 750
D) 960 E) 980

YANIT (D)

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\Sigma x = \bar{x} \,.\, n = 60 \,.\, 16 = 960$$

4. Bir öğrencinin olasılık dersinden birinci, ikinci ara sınav ve final notları aşağıdaki tabloda verilmiştir. (sonucu birinci ara sınav %10, ikinci ara sınav %20 ve final notu da %70 oranında etkileyecektir.)

Sınavlar	Puan
I. Ara Sınav	60
II. Ara Sınav	50
Final	50

Buna göre bu öğrencinin başarı notu kaçtır?

A) 45 B) 50 C) 51
D) 60 E) 65

YANIT (C)

I. Arasınav = $60 \times \frac{10}{100} = 6$

II. Arasınav = $50 \times \frac{20}{100} = 10$

Final = $50 \times \frac{70}{100} = 35$

\+

51

5. **Sınıflar** | **f**

Sınıflar	f
0 - 5	2
5 - 10	5
10 - 15	6
15 - 20	10
20 - 25	5
25 - 30	2
30 - 35	4

Serisinin medyanı kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 20 E) 23

YANIT (C)

Sınıflar	f	- den az
0 - 5	2	2
5 - 10	5	7
10 - 15	6	13
15 - 20	10	23
20 - 25	5	28
25 - 30	2	30
30 - 35	+ 4	34
	34	

Medyan = $\frac{N}{2} = \frac{34}{2} = 17$. gözlem değeri olacaktır.

- den az serisinde 17. gözlem değeri (15 - 20) sınıfında olduğu görülür. (15 - 20) sınıfı medyan sınıfıdır. Medyan değeri ise;

$l_a = 15$

$\frac{N}{2} = \frac{34}{2} = 17$

$f_a = 13$

$f_m = 10$

$h_m = 5$

$$\text{Medyan} = l_a + \frac{\frac{N}{2} - f_a}{f_m} \cdot h_m$$

$$= 15 + \frac{17 - 13}{10} \cdot 5$$

$$= 15 + \frac{4}{10} \cdot 5 = 15 + 2 = 17$$

6. Bir seri için kareli ortalama K = 5 ve aritmetik ortalama $\bar{x} = 4$ olarak hesaplanmıştır. **Bu serinin standart sapması kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 20

YANIT (B)

$K^2 - \bar{x}^2 = \sigma^2$

$5^2 - 4^2 = \sigma^2$

$25 - 16 = \sigma^2$

$9 = \sigma^2 \Rightarrow 3 = \sigma$'dır.

7. 1,2, 5, 7, 8, 9 serisinin medyanı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

YANIT (C)

Medyan = $\frac{n+1}{2} = \frac{6+1}{2} = 3,5$

Medyan 3, 5. sıradaki gözlem değeridir. 3. ve 4. sıradaki gözlem değeri sırasıyla 5 ve 7 olduğundan medyan bu iki gözlem değerinin aritmetik ortalamasıdır.

Medyan = $\frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$ 'dır.

8.

Sınıflar	f
0 - 5	5
5 - 10	8
10 - 15	3
15 - 20	4
20 - 25	12
25 - 30	8
30 - 35	3
35 - 40	2
	45

Verilen serinin mod sınıfı kaçtır?

A) 5 - 10 B) 10 - 15
C) 15 - 20 D) 20 - 25
E) 25 - 30

YANIT (D) Mod sınıfı en çok tekrarlanan frekansın karşısındaki sınıftır.
En büyük frekans 12 ve buna karşılık gelen sınıfta (20 - 25) mod sınıfıdır.

9.

x	f
4	3
5	8
6	5
7	2
10	4

Yukarıda verilen serinin modu nedir?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 10

YANIT (A)

	x		f
	4		3
Mod	5	←	8
	6		5
	7		2
	10		4

Frekans serisinde mod en büyük frekansın karşısındaki gözlem değeridir. Mod = 5

10. Aritmetik ortalaması $\bar{x} = 100$ ve varyansı $\sigma^2 = 121$ olan bir serinin değişim katsayısı yüzde kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 12.1 E) 56

YANIT (B)

$\sigma^2 = 121$ ise

$\sigma = 11$'dir.

$$D.K = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$= \frac{11}{100} \cdot 100 = 11$$

11.

x
2
4
6
8
10

Verilen serinin varyansını bulunuz?

A) 8 B) 6 C) 4.5
D) 3.25 E) 2.83

YANIT (A)

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
2	-4	16
4	-2	4
6	0	0
8	2	4
10	4	16
30		40

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{40}{5} = 8$$

12.

x
1
2
3
5
6

Yukarıda verilen seri için kareli ortalamayı bulunuz?

A) 17 B) 15 C) 4.41
D) 3.87 E) 2.1

YANIT (D) Kareli ortalama

x	x^2
1	1
2	4
3	9
5	25
6	+ 36
	75

$$K = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n}}$$

$$K = \sqrt{\frac{75}{5}} = \sqrt{15} = 3,87$$