

**İZMİR FEN LİSESİ 10. SINIF MATEMATİK
ÇALIŞMA SORULARI: (Polinomlar)**

Polinom Kavramı

(Derecesi, Sabit terimi, Katsayılar toplamı..):

01. a) $A(x)=2x^{n+1}-3x^{4-n}+1$ ifadesinin bir polinom olması için n nin alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.

b) $B(x)=x^{-n}-2x^{m+n-2}+x-1$ ifadesinin bir polinom olması için m nin en küçük tam sayı değerini bulunuz.

02. $P(x)=(x^2+1)^n(x^3-2x+3)^5$ polinomunun derecesi 27 ise n kaçtır?

03. $P(x)=(x+3)^{\frac{n}{3}} \cdot (x-13)^{\frac{24}{n}}$ polinomunun derecesi

a) en az kaç b) en çok kaç olabilir?

04. $P(x)=x^{\frac{12}{n}}-3x^{n-5}$ polinomunun derecesi

a) en az kaç b) en çok kaç olabilir?

05. P(x) ve Q(x) birer polinomdur.

$P(x^2) \cdot (Q(x))^3$ polinomunun derecesi 17,

$\frac{(P(x))^3}{(Q(x))^2}$ polinomunun derecesi ise 6 dır. Buna göre;

$2P(x)+7Q(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

06. $P(x)=ax^3-2x^2+1$, $Q(x)=(b-1)x^3-bx^2-4x+2$ polinomları veriliyor. $d(P(x)+Q(x))=1$ ise a ve b kaçtır?

07. P(x) polinomunda; $P(x)-P(x+1)=x$ ve $P(9)=10$ ise P(x) in sabit terimi kaçtır?

08. $P(2x)=P(x)-2$ ve $P(1)=6$ ise $P(8)$ kaçtır?

09. $P(x-1)=x^2Q(x+1)-4$ eşitliği veriliyor. P(x) polinomunun sabit terimi 2 ise $P(0)+Q(2)$ değeri kaçtır?

10. $(1+x+x^2)^{2006} = a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{4012}x^{4012}$ açılımında;

a) $a_0+a_1+a_2+...+a_{4012}$

b) $a_0+a_2+a_4+...+a_{4012}$

c) $a_1+a_3+a_5+...+a_{4011}$ toplamlarını bulunuz.

11.

$P(x) = 2 \cdot x^{m+3} - x^{\frac{16}{2}} - 7$ ifadesi bir polinom

olduğuna göre, bu polinomun derecesi kaçtır?

12.

$P(x) = x^{n+9} - x^{-n} + x$ polinomunun derecesi en az kaç olur?

13.

$P(x^2+1) = x^6 - 2ax^4 + x^2 - 5$ ve P(x) polinomunun sabit terimi 5 ise a kaçtır?

Polinomların Eşitliği(Özdeşliği):

01. $x^3+ax^2+bx+c=(x-1)^2 \cdot Q(x)$ özdeşliğinde Q(x) polinomdur. Buna göre a,b,c arasındaki bağıntıyı bulunuz.

02. $x^3-x^2+3x-2=a+b(x-1)+c(x-1)(x-2)+d(x-1)(x-2)(x-3)$ olması için a,b,c,d kaç olmalıdır?

03. $(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)+a^4$ tam kare olduğunu ispatlayınız.

04. $x^4+px^3+qx^2+rx+s$ ifadesi tam kare ise

$p^2s=r^2$ ve $p^3+8r=4pq$ olduğunu ispatlayınız.

05. Eğer, ax^3+bx^2+cx+d ifadesi tam küp ise $b^2=3ac$, $c^2=3bd$ olduğunu ispatlayınız.

06. $2(x+a)(x+2a)+2(x+2a)(x+b)$ ifadesi tam kare ise $9a^2+9b^2=6ab$ olduğunu ispatlayınız.

07. $x^4-2ax^3+19x^2-2bx+25$ ifadesi x^2+mx+5 ifadesinin karesine eşit ise a, b, m kaç olmalıdır?

08. $n^3+5n=an(n-1)(n-2)+bn(n-1)+cn$ olması için a,b,c kaç olmalıdır?

09. a,b,c,d ne olmalıdır ki; $(x-1)(x-2)(ax+b)+(x+2)((x+3)(cx+d))=1$ olsun?

10. $P(x)=x^3-2x^2+x-18$ polinomunu (x-1) in kuvvetlerine göre açılımını bulunuz.

11. $P(x)=x^4$ polinomunu (x+1) in kuvvetlerine göre açılımını bulunuz.

12. $P(x) = x^5 + 2x^3 - 11x^2 - x + 4$
 $= a(x-1)^5 + b(x-1)^4 + ... + c(x-1) + d$

olduğuna göre (x-1) in üssü çift olan terimlerin katsayıları toplamını bulunuz.

Polinomların Toplamı, Farkı ve Çarpımı:

01. $P(x)=(2x^5-x^3+x)(3x^4+ax^2+1)$ polinomunda x^5 ve x^7 li terimlerin katsayıları eşit ise a değerini bulunuz.

02. a) $(3x^4-5x^3+2x-7)(5x^3-3x^2-x+3)$ çarpımı yapılır ve düzenlenirse x^5 in katsayısı kaç olur?

03. $(x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1)^2$ açılımında x^4 lü terimin katsayısını bulunuz.

04. $(2x+1)^3(x^2+x+2)^2$ açılımında x in katsayısını bulunuz.

05. $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$ polinomu $x^2 - x + 1$ üçterimlisinin karesi ise a, b, c yi bulunuz.

06. $P(x) = (1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots - x^{99} + x^{100})(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{99} + x^{100})$ polinomunda çarpanlar açıldığında elde edilen polinomda

a) x^{10} b) x^{99} un katsayılarını bulunuz

C: a) 1 b) 0

Polinomlarda Bölme İşlemi:

01. $P(x)$ polinomunun $x^3 + 1$ ile bölümünden elde edilen bölüm ve kalan eşittir. Buna göre $P(x)$ polinomunun derecesi en çok kaç olabilir?

02. $P(x) = ax^3 - 2x - 5$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan -6 ise $P(x)$ polinomuun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

03. $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ polinomu $(x + 1)(x - 2)$ ile bölünebildiğine göre a ve b yi bulunuz.

04. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için, $P(x - 1) = xQ(x + 1) - 4$ ve $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan 2 ise $Q(x)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

05. $P(x + 3) = (x^3 - x^2 - x)Q(x - 2)$ veriliyor. $Q(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 6 ise, $P(x)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

06. $P(P(x) + 1) = 2x^2 + ax + a - 1$ eşitliğini gerçekleyen $P(x)$ polinomu $x - 3$ ile tam bölünebiliyor, $x - 1$ ile bölündüğünde ise 2 kalanını veriyor. Buna göre a kaçtır?

07. $P(x) = x^5 + 3x^3 + ax + b$ polinomunun $(x - 1)^2$ ile bölünebildiğine göre a ve b yi bulunuz.

08. Bir $P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan -2 , $x + 2$ ile bölümünden kalanı 4 tür. $P(x)$ in $(x - 1)(x + 2)$ ile bölümünden kalanı kaçtır?

09. Bir $P(x)$ polinomunun $(x - 3)^2$ ile bölümünden elde edilen bölüm $x + 2m$ ve kalan 15 tir. $P(x)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan 11 ise m kaçtır?

10. $P(x) = 3x^{36} + ax^{18} - 16$ polinomunun $x^9 + \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan -1 ise a kaçtır?

11. $P(x) = ax^3 - 5x + 8$ polinomunun $x^2 + 2$ ile bölümünden elde edilen kalan $3x + b$ ise $a + b$ yi bulunuz.

12. $P(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$ polinomunun x^2 ile bölümünden elde edilen bölüm ve kalan eşittir. Buna göre, $P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

13. Bir $P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan -3 , $x^2 + 1$ ile bölümünden kalanı $x + 2$ ise, $P(x)$ in $(x - 1)(x^2 + 1)$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

14. Bir $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünde bölüm $Q(x)$ kalan -4 tür. $Q(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan 2 ise, $P(x)$ polinomunun $x^2 + x - 2$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

15. $p(x) = 2x^3 + x^2 - x + 4$ polinomunun $x^2 - ax$ ile bölümünden kalan $2x + 4$ ise a değerini bulunuz.

16. $P(x) = (x^2 + x - 1)^6 - (2x^2 + 3x)^n + a$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 2 dir. Buna göre a ve n değerleri ne olmalıdır?

17. $P(x) = (x - 7)^{2m+1} + (x - 1)^m + 4^{n-1}$ polinomunda m ve n pozitif tam sayılardır. $P(x)$ polinomu $x - 5$ ile bölünebildiğine göre m ile n arasında hangi bağıntı bulunmalıdır?

18. Bir $P(x)$ polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan $x + 2$, $x^2 - 4$ ile bölümünden kalanı $x + 4$ tür. $P(x)$ in $(x - 1)(x - 2)$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

19. $P(x)$ polinomu x ile bölünebilmektedir. $P(x) - P(x - 1) = x^2 + x + 3$ olduğuna göre; $P(1) - P(-1)$ kaçtır?

20. $x^3 + 8 = 0$ eşitliğini sağlayan bir x değeri a dir. $a \neq -2$ olmak üzere $P(a) = a^3 - a^2 + a + 4$ ifadesinin en sade eşitini bulunuz.

21. $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ polinomu $x + 1$ ile bölünüyor ve $(x - 1)^2$ ile bölümünden elde edilen kalan $2x$ olduğuna göre $P(x)$ polnomunu bulunuz.

C: $P(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$

22. Her $x \in \mathbb{R}$ için $xP(x - 1) = (x - 2)P(x)$ eşitliğini sağlayan ikinci dereceden $P(x)$ polinomlarının genel ifadesini bulunuz.

C: a bir sabit olmak üzere $P(x) = ax(x - 1)$

23. Bir $P(x)$ polinomu $x - 1$ ile bölününce 11 , $x + 4$ ile bölününce 1 kalanını veriyor. Buna göre polinomun $(x - 1)(x + 4)$ ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

24. Bir $P(x)$ polinomu $x + 2$ ile bölününce kalan 7 , $x^2 + 2$ ile bölününce $x + 3$ kalanını veriyor. Buna göre polinomun $(x + 2)(x^2 + 2)$ ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

25. Bir $P(x)$ polinomu $x-a$ ile bölününce b^2 , $x-b$ ile bölününce a^2 kalanını veriyor. Buna göre polinomun $(x-a)(x-b)$ ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

26. $P(x)=4x^7+3x^6+ax^2+bx+1$ polinomunun x^2-x+1 ile bölünebilmesi için a ve b kaç olmalıdır?

27. Üçüncü dereceden öyle bir polinom bulunuz ki; $(2x-1)(x+3)$ ile bölündüğü zaman kalan $26x-17$, $(2x-3)(x+1)$ ile bölündüğü zaman kalan $14x+19$ olsun?

28. $P(x)$ polinomu $(x-1)(x-2)$ ile bölündüğü zaman kalan $2x+5$, $(x-1)(x-3)$ bölündüğü zaman kalan $3x+4$ olduğuna göre; $(x-1)(x-2)(x-3)$ bölündüğünde kalan ne olur?

29. $P(x)=x^7-3x^6+2x^5+2x^4-2x^3-2x^2+3x-1$ polinomunun $(x-1)^3$ ile bölünebileceğini Horner metodu ile gösterip bölümü bulunuz.

C: $P(x)=(x-1)^3(x^4-x^2+1)$

30. $P(x)=(2x-1)^{42}$ polinomunun (x^2-x-3) ile bölümünden kalan sayının birler basamağını bulunuz.

31. $P(x)=(x^{22}+x^{15}+x^8+x)^{22}$ polinomunun $(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$ ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz

32. $P(x)=x^3+6x^2+11x+6$ şeklinde tanımlı $P(x)$ polinomunun 1. dereceden çarpanlarının toplamı ile oluşturulan $Q(x)$ polinomunun $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

33. $P(x)=x^9+2x^4-x^3+1$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden elde edilen bölüm $Q(x)$ olduğuna göre $Q(x)$ in katsayıları toplamını bulunuz.

34. $P(x)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ac)x-abc$ polinomunun $(x-a)(x-b)$ ile tam bölünebileceğini gösteriniz.

35. $P(x,y,z)=(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$ üç değişkenli polinomunun $(x+y)(y+z)(z+x)$ ile tam bölünebileceğini ispat edip, bundan faydalanarak $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

C: $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(y+z)(z+x)$

36. $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(y+z)(z+x)$ özdeşliğinden faydalanarak; $(x+y+z)^3-(y+z-x)^3-(z+x-y)^3-(x+y-z)^3$ ifadesini sadeleştiriniz.

C: $24xyz$

37.

$P(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan 5,

$Q(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan 2

olduğuna göre, $\frac{x^2-P(x)}{1-xQ(x)}$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

38.

$$2x^2 \cdot Q(x+1) = P(x-1) + x^3 - 1$$

eşitliği veriliyor. $Q(x)$ polinomunun $(x+2)$ ile bölümünden kalan -2 ise, $P(-4)$ değeri kaçtır?

39. $(x+1)P(x+1)-(x+2)P(x)=0$ eşitliğini sağlayan bir $P(x)$ polinomu için $P(2)=6$ ise polinomun sabit terimi kaçtır?

Polinomlarla İlgili Özel Sorular:

01. $P(x)$ tam katsayılı bir polinom $m, n \in \mathbb{Z}$ ise $P(m)-P(n)$ sayısı $m-n$ ye tam bölündüğünü ispatlayınız. Bundan faydalanarak $P(1)=19$, $P(19)=96$ özelliklerini sağlayan bir $P(x)$ polinomunun varlığını araştırınız.

02. $n \geq 2$ bir doğal sayı olmak üzere;

$P(x)=(x+1)^{2n}-x^{2n}-2x-1$ polinomunun $x(x+1)(2x+1)$ çarpımına bölünebildiğini ispat ediniz.

03. $P(x)=x^{n+1}-(n+1)x^n+n$ polinomunun her $n \in \mathbb{N}$ için $(x-1)^2$ ile bölünebileceğini ispat edip bölümü bulunuz.

04. $P(x)=Ax^{n+1}+Bx^n+1$ polinomunun $(x-1)^2$ ile tam bölünebilmesi için A ve B yi n e bağlı bulunuz. $n=3$ için polinomu çarpanlarına ayırınız.

(Bu dosyayı

<http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm> adresinden indirebilirsiniz.)

İzmir Fen Lisesi Matematik Zümresi
Ekim-2010