

**İZMİR FEN LİSESİ LİSE 1 MATEMATİK
ÇALIŞMA SORULARI: (Rasyonel Sayılar)**

1. $m > 1$, $m \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $\frac{m+2}{m-1}$ kesrine denk olan rasyonel sayının, 1,42 ondalık sayısına 1/100 değerinde yaklaşık olabilmesi için m kaç olmalıdır?

2. a) $\frac{3}{7}$ kesrine denk olan ve paydasının karesi ile payının karesi farkı 360 olan kesri bulunuz.

b) Pay ve paydası pozitif tam sayı olan iki kesrin payına 3, paydasına 2 eklenince değeri 1 oluyor. Bu kesrin kendisiyle çarpmaya göre tersi toplamı $\frac{13}{6}$ ise bu kesri bulunuz.

3. $\frac{188887}{211109}$ kesrine denk öyle bir $\frac{x}{y} \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$ kesri bulunuz ki; $x+y=108$ olsun.

4. Verilen $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$ pozitif kesrine denk, payı a dan küçük, paydası da b den küçük kaç tane kesir yazılabilir?

5. $\frac{a^2+b^2}{ab} \in \mathbb{Q}^+$ kesrinin bir pozitif tamsayıya eşit olabilmesi için a ile b arasında hangi bağıntı olmalıdır?

6.

a) $(1 + \frac{1}{5})(1 + \frac{1}{6})(1 + \frac{1}{7}) \dots (1 + \frac{1}{999})$ işleminin sonucu kaçtır?

b) $x = (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{50})$

$y = (1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4}) \dots (1 + \frac{1}{49})$ ise $2xy$ kaçtır?

c) $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{2006^2})$ işleminin

sonucu kaçtır?

7.a) $\frac{a}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{10}} = \frac{10}{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{8}} \Rightarrow a$ kaçtır?

b) $1 + \frac{6}{1 + \frac{4}{x+1}} = 3 \Rightarrow x$ kaçtır?

c)

$$1 + \frac{1 + \frac{\dots}{2}}{2} = ?$$

d)

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\dots}}} = ?$$

e)

$$\frac{3x}{5 + \frac{6}{5 + \frac{6}{\dots}}} - \frac{4x}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}} = 5 \Rightarrow x \text{ kaçtır?}$$

f)

$$\frac{x}{3 + \frac{x}{3 + \frac{x}{\dots}}} = 1 \text{ ise aşağıdaki sonsuz kesrin değeri kaçtır?}$$

$$4 - \frac{x}{4 - \frac{x}{4 - \frac{x}{\dots}}}$$

$$g) \frac{2}{3 - \frac{2}{3 + \frac{2}{3 - \dots}}} = ?$$

$$h) \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2 + \frac{1}{\dots}}} = ?$$

8) $xy - 2 = 3x - 5y$ eşitliğinde x in hangi değeri için y bulunamaz?

9) Aşağıdaki rasyonel sayıları sıralayınız.

a) $a = -\frac{22}{5}$, $b = -\frac{202}{50}$, $c = -\frac{2002}{500}$

b) $a = -\frac{11}{7}$, $b = -\frac{1113}{1109}$, $c = -\frac{65}{61}$

c) $a = -\frac{12}{17}$, $b = -\frac{102}{107}$, $c = -\frac{1002}{1007}$

c) $\frac{2}{ab} = \frac{3}{4bc} = \frac{4}{5ac}$ şartını sağlayan

i) a, b, c pozitif sayılarını sıralayınız.

ii) a, b, c negatif sayılarını sıralayınız.

d) $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{b+c} < \frac{1}{a+c}$ şartını sağlayan

a, b, c pozitif sayılarını sıralayınız.

e) $a = \frac{1234567893}{9876543215}$ ve $b = \frac{1234567894}{9876543217}$ rasyonel

sayılarından hangisi daha küçüktür?

f) $-8/3$, $-7/5$, $-6/7$, $-5/4$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

g) $17/20$, $7/11$, $5/7$, $7/8$, $13/15$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

h) a , 1 den büyük bir tam sayı olmak üzere; $\frac{a-1}{a}$, $\frac{a}{a+1}$, $\frac{a+1}{a+2}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

10.

a) $a = \frac{5}{13} + \frac{2}{17} + \frac{7}{19}$ olduğuna göre; $\frac{18}{13} - \frac{15}{17} + \frac{45}{19}$ sayısının a cinsinden değerini bulunuz.

b) $x = \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \dots + \frac{19}{20}$ olduğuna göre; $\frac{23}{6} + \frac{27}{7} + \frac{31}{8} + \dots + \frac{79}{20}$ sayısının x cinsinden değerini bulunuz

c) $a = \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15}$ ve

$\frac{13}{12} + \frac{14}{13} + \frac{15}{14} + \frac{16}{15} = b \left(\frac{11}{12} + \frac{12}{13} + \frac{13}{14} + \frac{14}{15} \right)$ ise b nin a cinsinden değerini bulunuz.

11. $\frac{a.b}{a+b} = \frac{1}{13}$ ve $\frac{b.c}{b+c} = \frac{1}{7}$ verildiğine göre; $\frac{c-a}{a.c}$ kesrinin değeri kaçtır?

12. a) $a, b \in \mathbb{Z}$, $-3 < a < 2$ ve $3 < b < 7$ ise $\frac{3}{a+b}$ rasyonel sayısının en küçük değeri kaçtır?

b) $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $2 < c < 5$, $a+b=8$ ve $\frac{b-1}{a} = c \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right)$ b - a kaçtır?

c) $a, b \in \mathbb{N}^+$, $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ ve $a.b=18$ ise x in maksimum (en büyük değeri) kaçtır?

d) $a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+$ ve $\frac{a}{b} = \frac{3b}{4} = \frac{2c}{9} = d$ ise $a+b+c$ toplamının minimum (en küçük) değeri kaçtır?

e) $a, b \in \mathbb{Z}$, $0 < a < 6$ ve $-7 < b < -3$ ise $\frac{a-b}{a+b}$ rasyonel sayısının en büyük değeri kaçtır?

f) a, b, c, d birbirinden farklı negatif tamsayılardır. $3a=2b$, $2a=c$, $2b=d$ ise $b+c$ nin alabileceği maksimum değer kaçtır?

g)

13. $a=2,0\bar{1}$ $b=1,00\bar{2}$ sayılar için $(a-b) \cdot \frac{33}{55} = ?$

14. 0,135 ile 0,136 arasında,

a) Rasyonel sayı olan devirli bir ondalık sayı ,

b) Rasyonel sayı olmayan bir ondalık açılım yazınız.

15. a ve b sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere;

$\frac{0,\overline{ab}}{0,\overline{ba}} = \frac{2}{3} \Rightarrow a$ ve b yi bulunuz.

16. $A = \frac{2,00\dots04}{(1,00\dots04)^2 + 2,00\dots04}$ ve

$B = \frac{2,00\dots02}{(1,00\dots02)^2 + 2,00\dots02}$ sayılarında, her bir ardışık

sıfırların sayısı 11 tane olduğuna göre hangi sayı daha büyüktür?

17. Aşağıdaki önermeleri ispatlayınız.

a) $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}^+$ için $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{c} < \frac{b}{a}$ dir.

b) $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ için $\frac{a}{b} < \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{2} < \frac{c}{d}$ dir.

c) $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}^+$ için $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ dir.

d) $0 < x < y$ için $\frac{3}{y} < \frac{7}{x}$ dir.

e) $x < 0$ için $2x+1 < \frac{3x+5}{3}$ dir.

17. $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1001}$

$b = 1 + \frac{2}{4} + \frac{4}{6} + \dots + \frac{2000}{2002}$ ise $\frac{a+b}{2}$ kaçtır?

18. $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{19}{94}$ a ve b kaçtır?

19. $a, b, c \in \mathbb{Q}^+$ için $\frac{xy}{x+y} = a$, $\frac{xz}{x+z} = b$, $\frac{yz}{y+z} = c$ ise x in a, b, c türünden eşitini bulunuz.

20. $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ olmak üzere; $a+b+c=0$ ise

a) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ dir.

b) $\left(\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} \right) \left(\frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c} \right) = 9$ dir.

21. $a, b, c \in \mathbb{Q}^+$ ve $a+b+c=1$ ise

$\left(\frac{1}{a} - 1 \right) \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \left(\frac{1}{c} - 1 \right) \geq 8$ olduğunu ispatlayınız.

22. Tuz oranı %12 olan 18 litre tuzlu su vardır.

a) Karışımdaki tuz ve su miktarını bulunuz.

b) Karışımdaki tuzun uya oranı kaçtır?

c) İlk karışıma 6 litre tuz ilave edildiğinde tuz oranı kaç olur?

d) İlk karışımda 6 litre su ilave edildiğinde tuz oranı kaç olur?

e) İlk karışımdan 3 litre su buharlaştırıldığında tuz oranı kaç olur?

23. A ile B bir işi beraber 2 günde, B ile C beraber 4 günde, A ile C ise $\frac{12}{5}$ günde bitirebilmektedir.

a) A, B ve C tek başına kaç günde bitirebilir?

b) A, B, C birlikte bir gün çalışıyor. İkinci gün B ile C çalışıyor. İki günde işin kaç ta kaçı bitmiştir?

c) B ile C iki gün çalışıyor. Üçüncü gün B hastalanıyor. C tek başına kaç gün daha çalışırsa işin tamamını bitirir.

24. Aynı boydaki iki mum aynı anda yakılırsa birinci mum 4 saatte, ikinci mum 3 saatte bitmektedir. İki mum beraber yakıldıktan kaç saat sonra birinci mumun boyu ikincisinin 2 katı olur?